

Noise Fundamentals

Institut für Physik – Humboldt-Universität zu Berlin

Maximilian Dreyer¹ (573838), Hannes Vogel² (573003)

¹dreyermq@physik.hu-berlin.de, ²vogelhaq@physik.hu-berlin.de

11. Februar 2019

Abstract In diesem Versuch werden das thermische Rauschen und das Stromrauschen untersucht. Mithilfe der theoretischen Überlegungen werden aus den Messwerten die Boltzmannkonstante (thermisches Rauschen) sowie die Elementarladung (Stromrauschen) bestimmt. Es ergeben sich für die Boltzmannkonstante Werte zwischen 1,04 und $1,51 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ und für die Elementarladung $(3,41 \pm 0,09) \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

1 Grundlagen

Das Rauschen in Leitern und Halbleitern kann auf **extrinsische** Ursachen (äußere Störungen: Netzspannung, äußere E- und B-Felder) und auf **intrinsische** Ursachen (physikalische Eigenschaften der Bauteile: endliche Temperatur, Materialien) zurückgeführt werden. Im Folgenden werden die Messungen vor äußeren Störungen möglichst geschützt, um das Verhalten des intrinsischen Rauschens zu untersuchen.

Spektrale Leistungsdichte Die Stärke des Rauschens kann als mittlere quadratische Spannung $\langle u^2(t) \rangle$ bzw. Stromstärke $\langle i^2(t) \rangle$ aufgefasst werden. Wenn diese Größen dem jeweiligen Frequenzbereich Δf gegenübergestellt werden, ergibt sich die Kenngröße der spektralen Leistungsdichte [2]

$$S_u = \frac{\langle u^2(t) \rangle}{\Delta f}, \text{ bzw. } S_i = \frac{\langle i^2(t) \rangle}{\Delta f}. \quad (1)$$

Thermisches Rauschen Durch die endliche Temperatur im Leiter unterliegen die Ladungsträger einer zufälligen thermischen Bewegung. Dieses Verhalten kann mithilfe der Nyquist-Formel angenähert werden.

$$S_u = 4k_b T R \quad (2)$$

Dabei hängt die spektrale Leistungsdichte S_u von der Boltzmann-Konstante k_b , der Temperatur T und dem Widerstand R ab. Das thermische Rauschen bietet damit eine Möglichkeit zur Bestimmung der Boltzmann-Konstante.

Stromrauschen Durch die stochastische Geschwindigkeitsverteilung der Ladungsträger kann beim Überqueren einer Grenzschicht (bspw. in einer Diode) Stromrauschen entstehen. Hierbei steht die spektrale Leistungsdichte S_i in linearem Zusammenhang zur Elementarladung e und zum mittleren Strom I . Der zusätzliche quadratische Term nähert das Funkelrauschen über den Fitparameter b an.

$$S_i = 2eI + bI^2 \quad (3)$$

Durch Messung des Stromrauschens kann somit auch die Elementarladung bestimmt werden.

Funkelrauschen Das Auftreten von Funkelrauschen wurde im Versuch beispielhaft verdeutlicht, spielt für die weitere Auswertung jedoch keine Rolle.

2 Versuchsaufbau

Das Rauschsignal U_{in} wird mithilfe eines Vorverstärkers (siehe Abb. 2 sowie 6) verstärkt und anschließend durch einen Bandpassfilter geleitet. Anschließend wird das Signal erneut verstärkt und letztendlich quadriert – wie in Abb. 1 dargestellt. Für das quadrierte Signal U_{sq} gilt:

$$U_{sq} = \frac{u^2}{10 \text{ V}} \cdot A^2 \quad (4)$$

wobei der Faktor A die gesamte Verstärkung beschreibt.

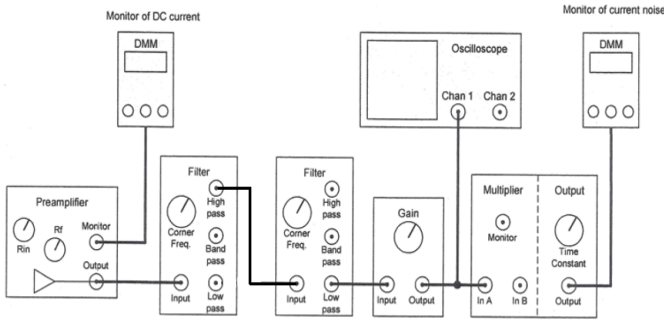


Abbildung 1 Schematische Darstellung des Messaufbaus. Aus [2].

3 Messwerte und Auswertung

3.1 Messung des thermischen Rauschens

Im ersten Teil des Versuches wird mithilfe eines nicht-invertierenden Operationsverstärkers (als Vorverstärker) das thermische Rauschen untersucht. Für die Verstärkung des Ausgangssignals U_{out} gilt nach Abb. 2:

$$U_{out} = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) u = 6u$$

wobei $R_1 = 0,2 \text{ k}\Omega$ und $R_F = 1,0 \text{ k}\Omega$.

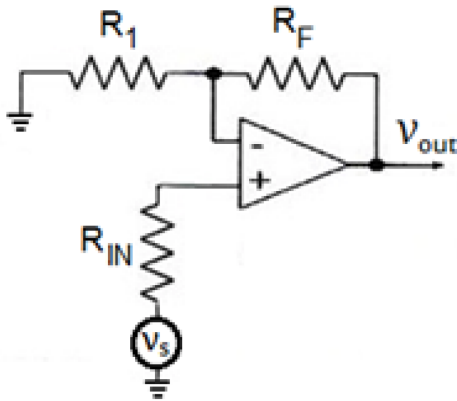


Abbildung 2 Aufbau für die Aufnahme vom thermischen Rauschen mithilfe eines nicht-invertierenden Operators. Aus [2].

Variation des Widerstandes Im Folgenden wird nun der Widerstand R_{IN} variiert und die Spektrale Leistungsdichte S_u mithilfe von Glg.(1) (4) ermittelt. Laut Gleichung (2) ist die Leistungsdichte linear abhängig von

dem Widerstand R . Somit ergibt sich aus der Steigung der Geraden $S_u = f(R) = aR + b$ die Boltzmannkonstante $k_b = \frac{a}{4T}$. Die sich ergebene Gerade ist in Abb. (3) dargestellt. Es ergibt sich

$$a = (1,23 \pm 0,03) 10^{-20} \text{ AV/s}$$

und mit $\Delta f = 107,74 \text{ kHz}$ sowie $T = 294,15 \text{ K}$ folgt

$$k_b = (1,04 \pm 0,02) 10^{-23} \text{ J/K.}$$

Die Konstante b beschreibt das Rauschen, welches durch andere Widerstände im Stromkreis verursacht wird.

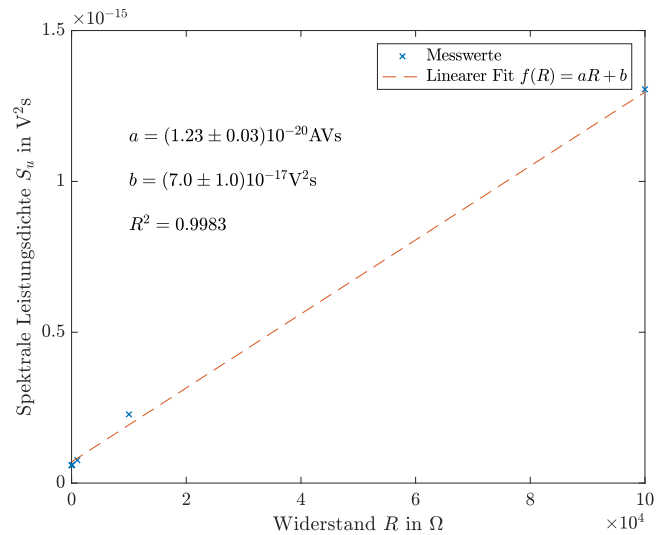


Abbildung 3 Spektrale Leistungsdichte in Abhängigkeit vom Widerstand.

Variation des Bandpassfrequenz Andererseits kann nun mit festem $R_{IN} = 10 \text{ k}\Omega$ das Rauschen für verschiedene Bandpassfrequenzen gemessen werden. Für $\langle u^2(t) \rangle$ ergibt sich nach Glg. (1) (4) ebenfalls eine lineare Beziehung zu Δf (siehe Abb. (4)) :

$$\langle u^2(t) \rangle = 4k_b TR \Delta f$$

aus dessen Steigung die Boltzmannkonstante folgt. Hier ergibt sich

$$a = (1,684 \pm 0,005) 10^{-16} \text{ V}^2/\text{s}$$

und somit

$$k_b = (1,432 \pm 0,004) 10^{-23} \text{ J/K.}$$

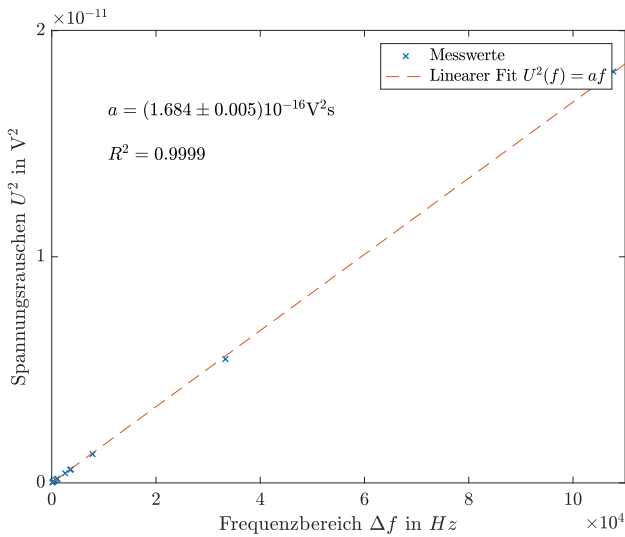


Abbildung 4 Quadriertes Spannungsrauschen in Abhängigkeit von der Bandpassfrequenz.

Variation der Temperatur Zusätzlich kann die Spektrale Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Temperatur untersucht werden, um die Boltzmannkonstante mithilfe eines linearen Fits zu bestimmen. Für die Kühlung der untersuchten Widerstände von 10 kΩ, 1 kΩ und 100 Ω wurde flüssiger Stickstoff verwendet.

Bei der Verwendung des 100 Ω Widerstands konnte bei Änderung der Temperatur keine merkliche Spannungsänderung festgestellt werden, weswegen er im Folgenden nicht dargestellt ist. Offenbar beschreibt der gemessene Wert hier ein Offset-Rauschen, welches von allen Messwerten subtrahiert wird. Die linearen Fits ergeben die Steigungen a und b

$$a_1 = (5,32 \pm 0,03) \text{ V}^2/\text{Ks}$$

$$b_2 = (6,0 \pm 0,3) \text{ V}^2/\text{Ks}$$

und somit folgt mit $\Delta f = 33,324 \text{ kHz}$

$$k_{b1} = (1,330 \pm 0,007) 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$k_{b2} = (1,51 \pm 0,07) 10^{-23} \text{ J/K}$$

wobei der Index 1 der Messung mit dem Widerstand von 10 kΩ entspricht und 2 dem mit 1 kΩ Widerstand.

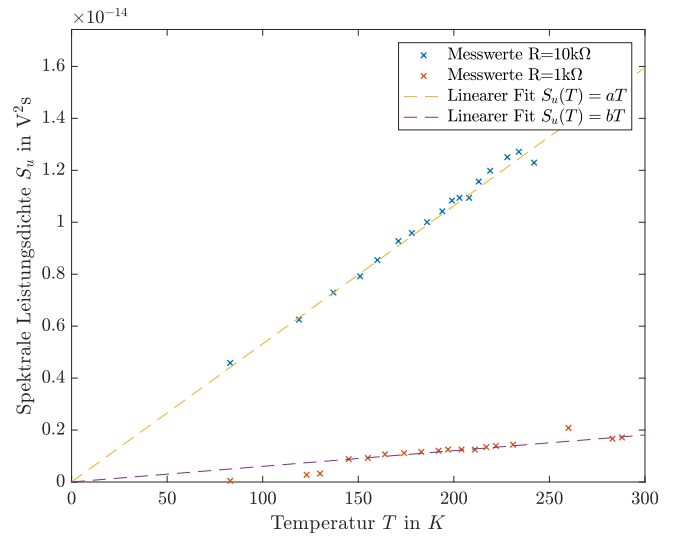


Abbildung 5 Spektrale Leistungsdichte in Abhängigkeit von der Temperatur für die Widerstände von $R_{IN,1} = 10 \text{ k}\Omega$ sowie $R_{IN,2} = 1 \text{ k}\Omega$. Es ergeben sich Werte für den Fit bzgl. $R_{IN,1}$ von $R^2 = 0,993$ und bzgl. $R_{IN,2}$ von $R^2 = 0,792$.

3.2 Messung des Stromrauschens

Für die Messung des Stromrauschens wird nun der Aufbau bzgl. des Vorverstärkers nach Abb. 6 geändert. Es liegt eine Eingangsspannung U_{IN} an, welche im Folgenden zwischen 0 und 1 V in 0,1 mV-Schritten geändert wird. Für den Stromfluss durch die Diode gilt $I = U_{IN}/R_{IN}$, für den Rauschstrom $U_{out} = R_F I$ (siehe [2]).

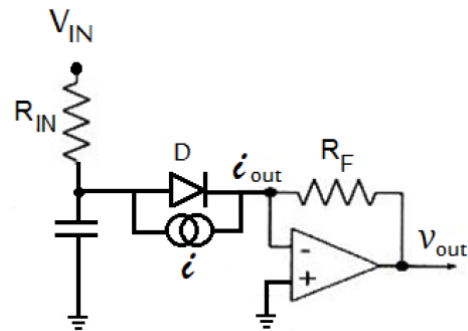


Abbildung 6 Aufbau für die Aufnahme vom Stromrauschen. Aus [2].

Nach Glg. (3) ergibt sich ein quadratischer Zusammenhang mit linearem Term zwischen der Spektralen Leistungsdichte S_i und dem Strom I durch die Diode – wie auch in Abb. 7 dargestellt. Die hier verwendete Fitfunktion lautet $S_i = f(I) = a + bI + cI^2$ (a beschreibt wieder ein Grund- bzw Offsetrauschen) und es ergibt sich

$$a = (6,017 \pm 0,010) 10^{-26} \text{A}^2$$

$$b = (6,82 \pm 0,17) 10^{-19} \text{C}$$

$$c = (2,57 \pm 0,01) 10^{-24} \text{s}$$

Da gilt $b = 2e$, folgt für die Elementarladung

$$e = (3,41 \pm 0,09) 10^{-19} \text{C}$$

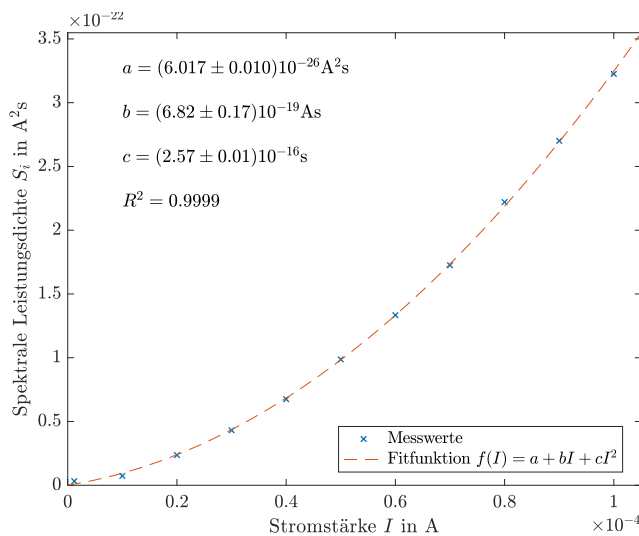


Abbildung 7 Spektrale Leistungsdichte in Abhängigkeit von der anliegenden Stromstärke.

4 Zusammenfassung

4.1 Bestimmen der Boltzmannkonstante aus dem thermischen Rauschen

Aus der Glg. (2) ergaben sich lineare Beziehungen bei der Veränderung der Temperatur, des Widerstands und der Bandpassfrequenz. Die sich hier aus den linearen Fits ergeben Werte für die Boltzmannkonstante

$$k_b = (1,04 \pm 0,02) 10^{-23} \text{J/K}$$

$$k_b = (1,432 \pm 0,004) 10^{-23} \text{J/K}$$

$$k_b = (1,330 \pm 0,007) 10^{-23} \text{J/K}$$

$$k_b = (1,51 \pm 0,07) 10^{-23} \text{J/K}$$

variieren zwischen $1,04 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$ und $1,51 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$. Die Fehlerintervalle überschneiden sich jedoch nicht, was

darauf hinweist, dass Fehlerquellen nicht beachtet wurden. Der Literaturwert [1] von $1,38 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$ liegt in dem Bereich der sich ergebenden experimentellen Werte.

Variation des Widerstandes Aus vier Messwerten wurde die Gerade gebildet, was hinsichtlich Ablesefehler zu einer hohen Fehleranfälligkeit führt. Es ist erkennbar, dass der Wert für den Widerstand $R = 10 \text{k}\Omega$ unterhalb der Geraden liegt, die sich aus den restlichen drei Werten für kleinere Widerstände ergäbe. Somit wäre es interessant mit weiteren Widerständen im Bereich zwischen 1 und $10 \text{k}\Omega$ zu messen.

Variation der Temperatur Bei der Messung der Temperatur wurde der Widerstand erst auf 80K heruntergekühlt und dann kontinuierlich mithilfe einer Heizung erwärmt. Dabei ergeben sich Ungenauigkeiten, da in der Ablesezeit die Temperatur wieder um einige Grad gestiegen ist. Anhand der Graphen (Abb. 5) ist ersichtlich, dass es einige Ausreißer gibt, die möglicherweise aufgrund von Ablesefehlern verursacht wurden.

Variation der Bandpassfrequenz Der sich ergebene Wert ist um ca. 3% größer als der Literaturwert für die Boltzmannkonstante. Anhand von Abb. 4 ist ersichtlich, dass der letzte Messwert mit $\Delta f = 107 \text{kHz}$ einen großen Einfluss auf den Fit hat, da der nächstkleinere Wert erst für $\Delta f = 33 \text{kHz}$ erfolgt. Es wäre sinnvoll in dem Bereich zwischen 33 und 107kHz weitere Spannungswerte zu messen.

Zusammenfassend können durch weitere Messwerte die Genauigkeiten erhöht werden. Nichtsdestotrotz zeigen die sich ergebenden Messwerte, dass sich die theoretische Formel nach Glg. (2) eignet, um das thermische Rauschen näherungsweise zu beschreiben.

4.2 Bestimmen der Elementarladung aus dem Stromrauschen

Aus der Messung ergab sich eine Elementarladung von $e = (3,41 \pm 0,09) 10^{-19} \text{C}$, was etwas mehr als dem Doppelten des Literaturwerts [1] von $1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ entspricht. Damit wird deutlich, dass die verwendete Methode geeignet ist, um die Größenordnung abzuschätzen, aber

keinen präzisen Wert liefert. Anhand von Abb. 7 ist erkennbar, dass der quadratische Term relevant ist. Nach der Theorie des Stromrauschens ist dieser nicht vorhanden. Demzufolge wird die Bestimmung der Steigung des linearen Anteils anfälliger gegenüber Fehlern.

Literatur

- [1] [online]2019. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?k> [cited 10.02.2019].
- [2] Christian Golz. *Noise Fundamentals - Versuchsbeschreibung*. Humboldt-Universität zu Berlin, 2018.